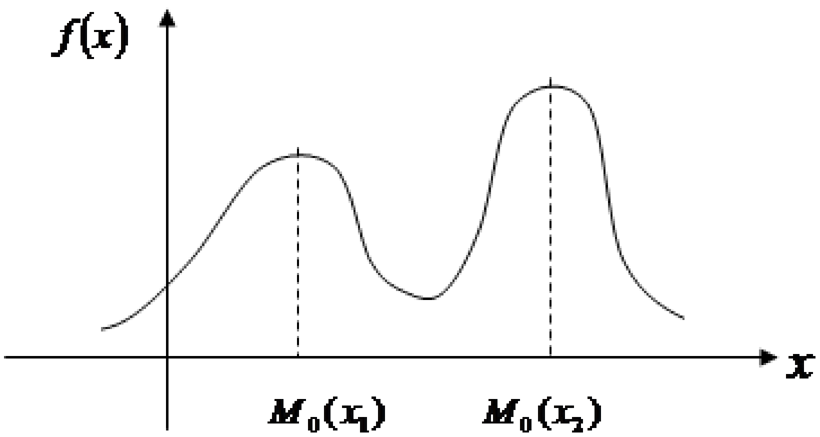
§5. Мода и медиана случайных величин, отражающих особенности распределения

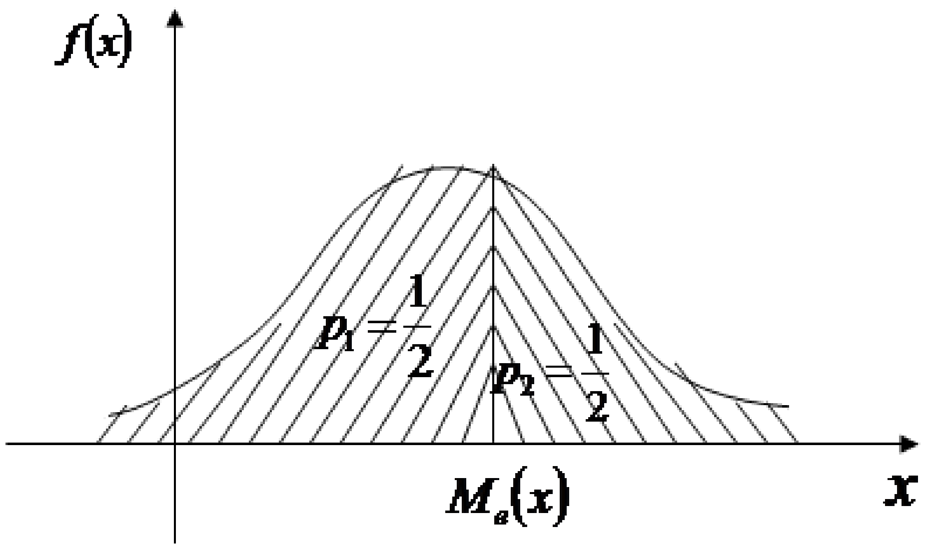
Определение 1. ***Модой*** $M_0(x)$ **случайной величины** X **называется ее наиболее вероятное значение (для которого вероятность** p_i **или плотность вероятности** $f(x)$ **достигает максимума).**



Если вероятность или плотность вероятности достигает max **не в одной, а в нескольких точках, то распределение называют *полимодальным*.**

Определение 2. ***Медианой*** $M_e(x)$ **непрерывной случайной величины X называется такое ее значение, которое определяется равенством:**

$$P\left(X < M_e(x)\right) = P\left(X > M_e(x)\right) = \frac{1}{2} \qquad (1)$$



То есть вероятность того, что случайная ***величина X*** **примет значение меньше медианы** $M_e(x)$ **или больше ее, одна и та же и** $= \frac{1}{2}$**.**

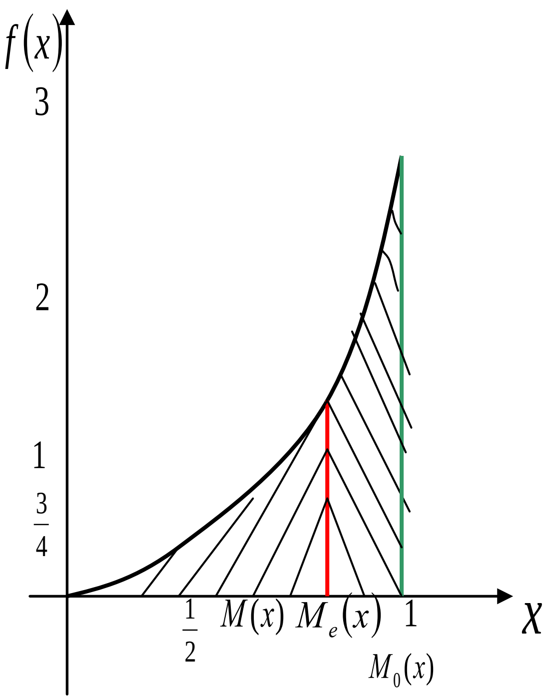
Геометрически: **вертикальная прямая** $x = M_e(x)$**, проходящая через точку с**

абсциссой = $M_e(x)$**, делит площадь фигуры под кривой распределения на две равные части.**

Пример: **Найти моду, медиану и** $M(x)$ **случайной величины X с плотностью вероятности** $f(x)=3x^2$ **при** $x\in[0;1]$

Построим кривую распределения $f(x)=3x^2$

x	**0**	**1**	**½**
$f(x)$	**0**	**3**	**3/4**



$$f_{\max}(x)=3 \quad \text{при } x=M_0(x)=1$$

$M_e(x)=b$ найдем из условия (1)

$$P\left(M_0(x)\le X\le M_e(x)\right)=\frac{1}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=\frac{1}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx=\int_{-\infty}^{0} 0dx+\int_{0}^{b}3x^2dx=x^3\Big|_0^b=b^3$$

$$\Rightarrow \quad b^3=\frac{1}{2}$$

$$M_e(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\approx 0,79$$

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)\,dx=$$

$$\int_{-\infty}^{0}0dx+\int_{0}^{1}x\left(3x^2\right)dx+\int_{1}^{\infty}0dx=\frac{3}{4}x^4\Big|_0^1=\frac{3}{4}$$